

多域边界面法在稳态热传导问题中的应用

张见明, 李湘贺, 陆陈俊, 李光耀

(汽车车身先进设计与制造国家重点实验室 湖南大学 长沙 410082)

摘要: 本文将边界面法应用于多域问题稳态热传导的计算, 提出了一种新的实现方法, 称之为多域边界面法(MD-BFM)。文章在边界面的基础上, 仿照单域问题, 推导了多域问题稳态热传导的矩阵组装的方式, 得出其离散的边界积分方程, 温度等未知量即可求出。文中将多域边界面法应用于某包含 62 个浇筑层(共 125 个域)的大坝的稳态热传导分析, 得出其温度场分布图, 并和有限元计算结果进行了比较, 温度最大值均为 20.7°C, 且温度分布等值线高度吻合, 但多域边界面法采用了更少的网格。对大坝这样的大规模工程问题进行计算的结果证明, 本文所提出的多域边界面法可以应用于稳态热传导问题, 并且相较于其他方法(例如有限元法), 具有同等精度, 并且消耗更少的人力。

关键词: 边界面法; 稳态热传导; 多域问题; 大规模工程应用

The Application of Multi-domain Boundary Face Method in Steady State Heat Conduction Problem

Jianming Zhang Xianghe Li Chenjun Lu Guangyao Li

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha, China, 410082)

Abstract: This paper presents a multi-domain boundary face method (MD-BFM) for solving steady-state heat conduction problems on large-scale engineering structures. Based on BFM, using a similar approach as that in single-domain problems, the paper derives the matrix assembly process in multi-domain problems. Then, temperature and other unknown quantities can be drawn from the discrete boundary integral equation. In this work, the multi-domain BFM is developed and applied to steady state heat conduction analysis of a real gravity dam, which contains 62 concrete layers (totally 125 domains). In order to verify that the result is correct, temperature contours of the dam are compared with the result obtained from FEM (using Abaqus). The comparison chart shows that the maximum temperature value of both results is 20.7°C. Moreover, the contours are highly consistent. Numerical results have demonstrated that our method can achieve comparable accuracy than other methods (e.g. the FEM), but at much lower costs in terms of both computer resources and human labor.

Key words: boundary face method, steady state heat conduction, multi-domain problem, large scale problem

计算机辅助工程(CAE)对于推动产品研发具有重大的意义。目前 CAE 的发展已比较成熟, 许多成熟的商业 CAE 软件正在被广泛地采用。但 CAE 仍面临许多难题^[1,2], 比如如何离散复杂几何的单元才能进行有效计算, 如何处理大规模工程问题的数值计算。陆续涌现出的有限差分法(FDM)、有限体积法(FVM)、有限元法(FEM)^[3]和边界元法(BEM)^[4,5]都未能很好地解决这些问题。而目前大多数 CAE 软件采用的是有限元法。

有限元法需要对整个求解域进行离散,将会产生一个很大的代数方程组。对于求解三维(3-D)复杂的实体,尤其是含有细小特征时,离散为可以进行有效计算的实体单元往往比较困难。并且,有限元法的基于所求物理问题控制方程和边界条件的等效积分“弱”形式,其试函数要求至少具有一阶连续性。导致应力精度总是比位移精度低一阶,但在实际问题中更关注于应力值,比如产生应力集中的部位及其最大值。

相较于 FEM, 边界元法(BEM)^[6,7] 弥补了有限元法的不足,是一种更加有效的数值方法。它具有等几何分析的特点,使其便于模拟复杂的几何形状。边界元法基于边界积分方程,只需对求解模型的边界进行离散,使求解的问题域降低了一级,大大简化了分析和计算。并且边界积分方程采用问题的解析基本解,具有更高的精度。然而,在传统的边界元法中,三维 CAD 几何模型被离散成边界元分析模型后, CAD 模型的原始几何信息基本被丢掉,这会从根本上导致计算精度的问题^[8],有些甚至对计算起着决定性的作用,并且导致设计和分析成为了两个相互独立的过程。由于 CAD 模型和分析模型的分离,在边界元自适应网格细分过程中,需要反复地与 CAD 系统进行交互,而每个交互的过程是很繁琐的。

为了克服上述缺点,张见明教授^[8,9]在边界元法^[4]和边界点法^[8]的基础上,创造性地提出了边界面法(BFM)。在该方法中,对边界的数值积分和场变量的插值都在边界曲面的二维参数空间中进行, CAE 分析是直接 CAD 模型上进行的,实现了复杂结构的 CAE 分析自动化。由于 CAE 模型与 CAD 几何模型融为了一体,不管网格离散有多么粗糙,分析模型在几何上都是精确的。并且,自适应网格细分过程中,不需要再与 CAD 系统反复地进行交互,使自适应分析变得简单^[8,9]。

目前边界面法已经取得了许多研究成果,覃先云等人开发了一套参数曲面内网格自动生成的算法^[10-12],使 BFM 向实际工程应用迈出一大步。在覃先云的方法中,单元定义和网格的划分都在边界表面的参数空间中进行。谷金良等人提出在 BFM 中用 B 样条插值方案来做物理变量的近似^[15-17],并将其成功地应用于稳态热传导问题和弹性静力学问题,并且通过在几何模型中采用相同的插值方案,谷金良等人实现了边界面法的等几何分析。庄超等人实现了基于几何模型的 BFM^[18],其几何模型通过细分曲面成型技术构建。张见明等人通过快速多级子算法、自适应交叉拟合(ACA)和分级矩阵(H-matrix)^[17,18]技术,成功地将计算量级从 $O(N^2)$ 降至 $O(N \log N)$,使边界面法的大规模工程应用成为可能^[19]。

以上所提及的边界面法的应用,都是基于单域模型。然而,在工程实际分析中,往往存在有许多复杂的结构,这些结构需要被分割成多个子域。本文将边界面法的应用延伸至多域模型的稳态热传导问题。在多域问题中,矩阵的组装是至关重要的,文中以三个两两相交的域为例,给出矩阵组装的过程。然后,文章以某大坝为例,按照大坝的真实施工过程、施工参数和现场实验所得的材料参数,并查阅资料^[20],进行仿真分析,研究坝体的温度分布状况,给出大坝采用多域边界面法进行稳态热传导计算的数值结果,并和有限元法(采用 Abaqus 软件)的结果进行了对比。

1 三维稳态热传导问题的边界面法

1.1 边界积分方程

三维稳态热传导问题可以如下表示:

$$\begin{aligned} u_{,ii} &= 0, \quad \forall x \in \Omega \\ u &= \bar{u}, \quad \forall x \in \Gamma_u \\ u_{,i} n_i &\equiv q = \bar{q}, \quad \forall x \in \Gamma_q \end{aligned} \quad (1)$$

式中 Ω 的整个边界为 Γ 。 Γ_u 和 Γ_q 位势已知边界和法向流已知边界， \bar{u} 和 \bar{q} 分别是其边界值。 n 是边界外法向矢量， n_i 是法矢量分量， $i=1,2,3$ 。

把上述问题转化为等效边界积分形式：

$$\int_{\Gamma} (u(\mathbf{s}) - u(\mathbf{y})) q^s(\mathbf{s}, \mathbf{y}) d\Gamma = \int_{\Gamma} q(\mathbf{s}) u^s(\mathbf{s}, \mathbf{y}) d\Gamma \quad (2)$$

式中， y, s 分别为边界上的源点和场点。 $q = \partial u / \partial n$ 代表边界法向流量， $u^s(\mathbf{s}, \mathbf{y})$ 和 $q^s(\mathbf{s}, \mathbf{y})$ 代表相应的基本解，它们分别满足：

$$u^s_{,ii} = \delta(y, s), \quad \forall s \in \Omega \quad (3)$$

$$q^s = \partial u^s / \partial n(s) \quad (4)$$

对于三维问题，

$$u^s(\mathbf{s}, \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{r(\mathbf{s}, \mathbf{y})} \quad (5)$$

其中， r 是源点和场点之间的距离。

1.2 边界积分方程的离散

本节介绍了一种基于表面单元的 Lagrange 近似。面单元定义在表面的二维参数空间而不是在物理空间或者其他的参数空间，这样所考虑的边界积分的几何数据可以通过参数转换直接进行计算，这样的参数变换与参数空间的映射方案相同。换言之，可以精确得到积分中的几何信息。下面我们以四节点四边形单元为例，进行物理变量的近似。

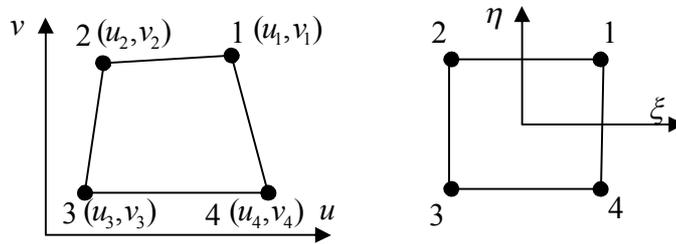


图 1 四节点面单元及其坐标变换

在这里我们构建的形函数如下：

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta), \quad N_2 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \quad N_4 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \end{aligned} \quad (6)$$

这些形函数只用于边界表面上的物理变量的近似，几何数据保持精确值，这是和传统边界元法的主要区别。

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u(u, v) = u(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^N N_k(\xi, \eta) u_k \\ q(x, y, z) &= u(u, v) = u(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^N N_k(\xi, \eta) q_k \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $x=x(u, v), y=y(u, v), z=z(u, v)$, u_k 和 q_k 分别是边界节点上的温度值和法向流量, N 为所有插值点的个数。

采用这样的近似方案后, 边界积分方程(2)离散为:

$$\sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} u^s(\mathbf{s}, \mathbf{y}) \sum_{k=1}^N N_k(\mathbf{s}) q_k d\Gamma(\mathbf{s}) - \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} q^s(\mathbf{s}, \mathbf{y}) \sum_{k=1}^N (N_k(\mathbf{s}) - N_k(\mathbf{y})) u_k d\Gamma(\mathbf{s}) = 0 \quad (8)$$

把场点分布到每一个插值点后, 边界积分方程可组装成:

$$\mathbf{Gq} - \mathbf{Hu} = \mathbf{0} \quad (9)$$

其中,

$$H_{ik} = \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} q^s(\mathbf{s}, \mathbf{y}_i) (N_k(\mathbf{s}) - N_k(\mathbf{y}_i)) d\Gamma(\mathbf{s}) \quad (10)$$

$$G_{ik} = \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} u^s(\mathbf{s}, \mathbf{y}_i) N_k(\mathbf{s}) d\Gamma(\mathbf{s}) \quad (11)$$

上式中, Γ_j 为形函数 $N_k(\mathbf{s})$ 值不为 0 的边界单元, 数量记为 Num 。

将方程(9)进行变换, 使未知量移到左边, 已知量移到右边, 形成线性组,

$$\mathbf{AX} = \mathbf{b} \quad (12)$$

式中, \mathbf{X} 是 u_k 或 q_k 的未知数向量。求解方程(12), 就可以得到所有节点 k ($k=1, 2, \dots, N$) 上未知量 u_k 或 q_k 的值。根据节点上的值, 相应地可以求得边界上和域内任意一点的势和流量值。

2 多域边界法在三维稳态热传导问题中的应用

本章首先介绍单域问题的矩阵组装, 然后仿照单域问题, 推导稳态热传导问题的多域边界法的边界积分方程及其矩阵组装。由于给定第一类(温度、位移)或者第二类(热流密度、面力)边界条件时矩阵的组装较容易, 这里我们只介绍含有对流边界的矩阵组装方法。

2.1 单域稳态热问题矩阵的组装

假设问题中同时含有三类边界条件:

$$\text{a. 温度边界: } u(\mathbf{x}) = \bar{u}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \Gamma_u \quad (13)$$

$$\text{b. 热流密度边界: } q(\mathbf{x}) = \bar{q}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \Gamma_q \quad (14)$$

$$\text{c. 对流边界: } \tilde{q}(\mathbf{x}) = h(\tilde{u}(\mathbf{x}) - u_\infty) \quad \mathbf{x} \in \Gamma_r \quad (15)$$

其中, h 表示对流系数, u_∞ 表示流经固体表面流体的平均温度。

单域问题的边界积分方程为:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ u \\ \tilde{u} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \bar{q} \\ \tilde{q} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

其中, H_{ij}, G_{ij} 分别为式(9)中的矩阵块, 上式可写为:

$$\begin{bmatrix} H_{11} \\ H_{21} \\ H_{31} \end{bmatrix} \{\bar{u}\} + \begin{bmatrix} H_{12} \\ H_{22} \\ H_{32} \end{bmatrix} \{u\} + \begin{bmatrix} H_{13} \\ H_{23} \\ H_{33} \end{bmatrix} \{\tilde{u}\} = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \end{bmatrix} \{q\} + \begin{bmatrix} G_{12} \\ G_{22} \\ G_{32} \end{bmatrix} \{\bar{q}\} + \begin{bmatrix} G_{13} \\ G_{23} \\ G_{33} \end{bmatrix} \{\tilde{q}\} \quad (17)$$

令:

$$\{\tilde{q}\} = \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\alpha} \{\bar{u}\} \quad (18)$$

其中,

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{Bmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\beta_i = -hu_\infty, \quad \alpha_i = -h \quad (20)$$

组装之后为:

$$\begin{bmatrix} -G_{11} & H_{12} & H_{13} + \alpha G_{13} \\ -G_{21} & H_{22} & H_{23} + \alpha G_{23} \\ -G_{31} & H_{32} & H_{33} + \alpha G_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ u \\ \tilde{u} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_{11} \\ -H_{21} \\ -H_{31} \end{bmatrix} \{\bar{u}\} + \begin{bmatrix} G_{12} \\ G_{22} \\ G_{32} \end{bmatrix} \{\bar{q}\} + \begin{bmatrix} G_{13} \\ G_{23} \\ G_{33} \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta} \quad (21)$$

解方程可求出 \tilde{u}, \tilde{q} 的值通过式 (18) 计算得到。

2.2 多域边界面法中矩阵的组装

以三个两两相交的立方体为例, 推导多域问题的边界积分方程, 如图 2:

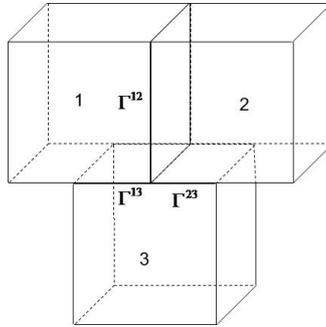


图2 三个两两相交立方体示意图

在这个模型中, 立方体 1 和立方体 2 相交于 Γ^{12} , 立方体 1 和立方体 3 相交于 Γ^{13} , 立方体 2 和立方体 3 相交于 Γ^{23} . 两个域相交处的温度边界和热流密度边界分别为:

$$\hat{u}_i = \hat{u}_j \quad (22)$$

$$\hat{q}_i = -\hat{q}_j \quad (23)$$

立方体 1 的边界积分方程为:

$$\begin{bmatrix} H_{dd} & H_{dn} & H_{dr} & H_{d2} & H_{d3} \\ H_{nd} & H_{nn} & H_{nr} & H_{n2} & H_{n3} \\ H_{rd} & H_{rn} & H_{rr} & H_{r2} & H_{r3} \\ H_{2d} & H_{2n} & H_{2r} & H_{22} & H_{23} \\ H_{3d} & H_{3n} & H_{3r} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u} \\ u \\ \tilde{u} \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{dd} & G_{dn} & G_{dr} & G_{d2} & G_{d3} \\ G_{nd} & G_{nn} & G_{nr} & G_{n2} & G_{n3} \\ G_{rd} & G_{rn} & G_{rr} & G_{r2} & G_{r3} \\ G_{2d} & G_{2n} & G_{2r} & G_{22} & G_{23} \\ G_{3d} & G_{3n} & G_{3r} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \bar{q} \\ \tilde{q} \\ \hat{q}_2 \\ \hat{q}_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中，下标 d,n,r 分别表示第一个域温度边界、热流密度边界、对流边界所对应的系数矩阵块。下标 2、3 表示第一个域分别与第 2、第 3 个域相交边界所对应的系数矩阵块。加入边界条件：

$$\bar{u} = \bar{u}_d^1, \quad \bar{q} = \bar{q}_n^1, \quad \tilde{u} = \tilde{u}_r^1 \quad (25)$$

并且将式(18)代入，之后把未知量移到左边，已知量移到右边，可得：

$$\begin{bmatrix} G_{dd}^1 & -H_{dn}^1 & (-H_{dr}^1 - G_{dr}^1 \alpha) & -H_{d2}^1 & -H_{d3}^1 & G_{d2}^1 & G_{d3}^1 \\ G_{nd}^1 & -H_{nn}^1 & (-H_{nr}^1 - G_{nr}^1 \alpha) & -H_{n2}^1 & -H_{n3}^1 & G_{n2}^1 & G_{n3}^1 \\ G_{rd}^1 & -H_{rn}^1 & (-H_{rr}^1 - G_{rr}^1 \alpha) & -H_{r2}^1 & -H_{r3}^1 & G_{r2}^1 & G_{r3}^1 \\ G_{2d}^1 & -H_{2n}^1 & (-H_{2r}^1 - G_{2r}^1 \alpha) & -H_{22}^1 & -H_{23}^1 & G_{22}^1 & G_{23}^1 \\ G_{3d}^1 & -H_{3n}^1 & (-H_{3r}^1 - G_{3r}^1 \alpha) & -H_{32}^1 & -H_{33}^1 & G_{32}^1 & G_{33}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_d^1 \\ u_n^1 \\ \tilde{u}_r^1 \\ \hat{u}_2^1 \\ \hat{u}_3^1 \\ \hat{q}_2^1 \\ \hat{q}_3^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{dd}^1 & -G_{dn}^1 & -G_{dr}^1 \\ H_{nd}^1 & -G_{nn}^1 & -G_{nr}^1 \\ H_{rd}^1 & -G_{rn}^1 & -G_{rr}^1 \\ H_{2d}^1 & -G_{2n}^1 & -G_{2r}^1 \\ H_{3d}^1 & -G_{3n}^1 & -G_{3r}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_d^1 \\ \bar{q}_n^1 \\ \beta^1 \end{bmatrix} = \bar{y}^1 \quad (26)$$

类似立方体 1，立方体 2 和立方体 3 也分别有如下重新组装的边界积分方程：

$$\begin{bmatrix} G_{11}^2 & G_{1d}^2 & -H_{1n}^2 & (-H_{1r}^2 - G_{1r}^2 \alpha) & -H_{13}^2 & -H_{11}^2 & G_{13}^2 \\ G_{d1}^2 & G_{dd}^2 & -H_{dn}^2 & (-H_{dr}^2 - G_{dr}^2 \alpha) & -H_{d3}^2 & -H_{d1}^2 & G_{d3}^2 \\ G_{n1}^2 & G_{nd}^2 & -H_{nn}^2 & (-H_{nr}^2 - G_{nr}^2 \alpha) & -H_{n3}^2 & -H_{n1}^2 & G_{n3}^2 \\ G_{r1}^2 & G_{rd}^2 & -H_{rn}^2 & (-H_{rr}^2 - G_{rr}^2 \alpha) & -H_{r3}^2 & -H_{r1}^2 & G_{r3}^2 \\ G_{31}^2 & G_{3d}^2 & -H_{3n}^2 & (-H_{3r}^2 - G_{3r}^2 \alpha) & -H_{33}^2 & -H_{31}^2 & G_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_1^2 \\ q_d^2 \\ u_n^2 \\ \tilde{u}_r^2 \\ \hat{u}_3^2 \\ \hat{u}_1^2 \\ \hat{q}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1d}^2 & -G_{1n}^2 & -G_{1r}^2 \\ H_{dd}^2 & -G_{dn}^2 & -G_{dr}^2 \\ H_{nd}^2 & -G_{nn}^2 & -G_{nr}^2 \\ H_{rd}^2 & -G_{rn}^2 & -G_{rr}^2 \\ H_{3d}^2 & -G_{3n}^2 & -G_{3r}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_d^2 \\ \bar{q}_n^2 \\ \beta^2 \end{bmatrix} = \bar{y}^2 \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} G_{11}^3 & G_{12}^3 & G_{1d}^3 & -H_{1n}^3 & (-H_{1r}^3 - G_{1r}^3 \alpha) & -H_{11}^3 & -H_{12}^3 \\ G_{21}^3 & G_{22}^3 & G_{2d}^3 & -H_{2n}^3 & (-H_{2r}^3 - G_{2r}^3 \alpha) & -H_{21}^3 & -H_{22}^3 \\ G_{d1}^3 & G_{d2}^3 & G_{dd}^3 & -H_{dn}^3 & (-H_{dr}^3 - G_{dr}^3 \alpha) & -H_{d1}^3 & -H_{d2}^3 \\ G_{n1}^3 & G_{n2}^3 & G_{nd}^3 & -H_{nn}^3 & (-H_{nr}^3 - G_{nr}^3 \alpha) & -H_{n1}^3 & -H_{n2}^3 \\ G_{r1}^3 & G_{r2}^3 & G_{rd}^3 & -H_{rn}^3 & (-H_{rr}^3 - G_{rr}^3 \alpha) & -H_{r1}^3 & -H_{r2}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_1^3 \\ \hat{q}_2^3 \\ q_d^3 \\ \hat{q}_n^3 \\ \tilde{u}_r^3 \\ \hat{u}_1^3 \\ \hat{u}_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1d}^3 & -G_{1n}^3 & -G_{1r}^3 \\ H_{2d}^3 & -G_{2n}^3 & -G_{2r}^3 \\ H_{dd}^3 & -G_{dn}^3 & -G_{dr}^3 \\ H_{nd}^3 & -G_{nn}^3 & -G_{nr}^3 \\ H_{rd}^3 & -G_{rn}^3 & -G_{rr}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_d^3 \\ \bar{q}_n^3 \\ \beta^3 \end{bmatrix} = \bar{y}^3 \quad (28)$$

再加入交界面的边界条件，记 $F_{ir}^k = H_{ir}^k + G_{ir}^k \alpha$ ，把式(26)(27)(28)整合到一起，有：

2) 其他浇筑层: 热传导系数: $9.27 \text{ kJ}/(\text{m}\cdot\text{h}^0\text{C})$, 密度: $2400 \text{ kg}/\text{m}^3$, 比热: $0.9627 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^0\text{C})$ 。

3.3 边界条件

基岩左右两侧及底部绝热, 模型厚度方向前后面绝热。上游面 375m 高度以上、顶部表面、下游面添加空气边界, 当地年平均气温为 20.7^0C 。上游面蓄水区添加水温边界条件, 其中水温边界如下:

1) 水温在在深度 0-123.4m 随深度拟合为线性变化, 其拟合函数为:

$$T_w = 20.7 - 0.0591572 * h \quad (30)$$

2) 在距水面 123.4m 以下, 温度取深水温度 13.4^0C 。

3.4 网格

为做对比分析, 除了使用边界面方法分析之外, 还采用基于有限元方法的商用软件 ABAQUS 11.0 对此结构进行稳态热分析, 在分析过程中一共使用了 47432 个二次六面体单元, 共计 272300 个计算节点, 如图 4 所示。

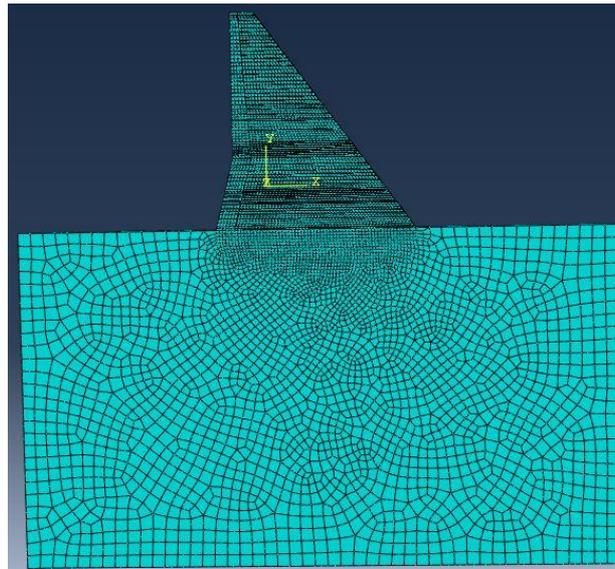


图 4 有限元网格

在使用边界面法进行分析的过程中, 共划分 6494 个二次单元 (包括三角形单元和四边形单元), 共 29139 个计算节点, 如图 5 所示。

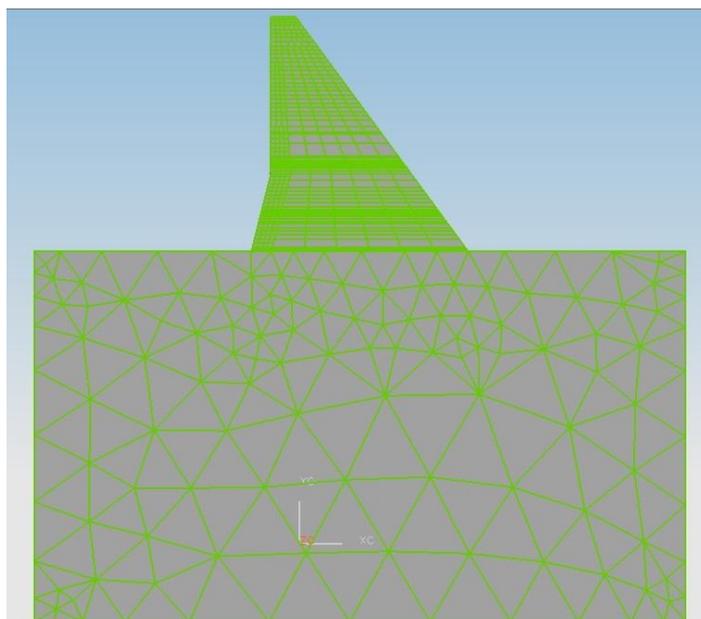
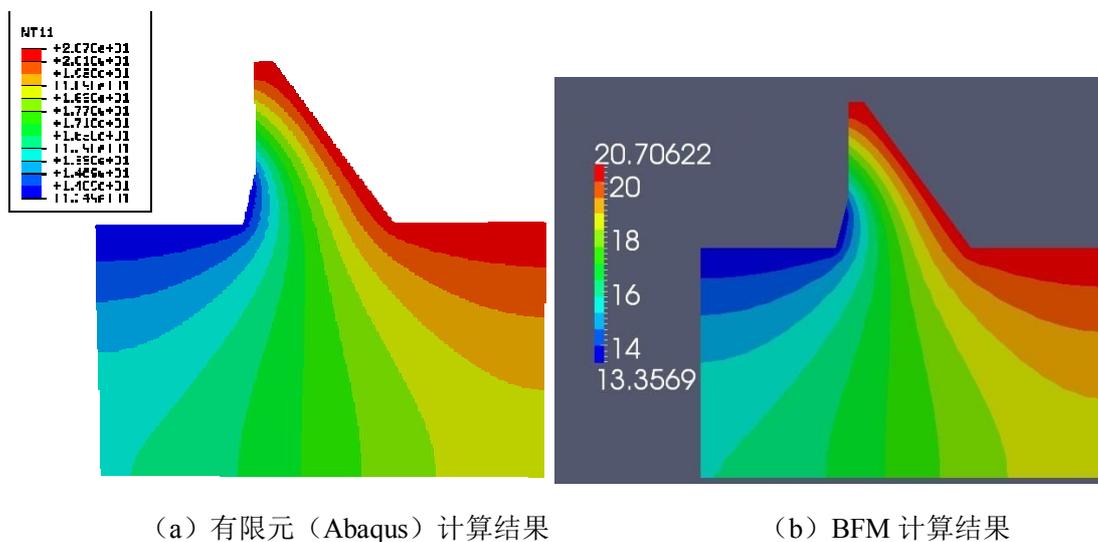


图 5 BFM 网格

3.5 边界面法求解结果以及和有限元的对比

图 6 为 ABAQUS 与 BFM 温度分布的计算结果对比。



(a) 有限元 (Abaqus) 计算结果

(b) BFM 计算结果

图 6 有限元与 BFM 温度分布对比

对比上图，可以看出边界面法分析结果与 ABAQUS 分析结果高度一致。因此，边界面法应用于大规模工程结构的稳态热分析，具有良好的精度。并且，使用边界面法消耗较少的人力，具有更高的计算效率。

4 结论

本文用边界面法解决了含有 62 个浇筑层的大坝的稳态热传导问题。通过和有限元法的对比,证明了计算结果的正确性。说明本文所提出的多域边界面法可以应用在大规模工程问题中的稳态热分析中。

在后续工作中,我们将实现多域边界面法在瞬态热传导问题中的应用,并且考虑通过优化矩阵的组装方式,来进一步提升计算效率。

致谢

感谢汽车车身先进设计与制造国家重点实验室的李光耀教授等老师给予的大力支持,感谢国家自然科学基金:直接基于三维 CAD 模型的复杂结构高精度应力分析软件开发(11172098),国家重点基础研究项目(973 计划):产品功能和性能高效仿真优化理论与方法研究(2010CB328005)以及混凝土坝温度徐变应力及温控防裂措施的仿真研究(20099139229)中国水电顾问集团中南勘测设计研究院合作课题对论文工作的经费支持。

参考文献

- [1] Zhang JM, Tanaka Masa, Endo M. The hybrid boundary node method accelerated by fast multipole method for 3D potential problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, 63:660–680.
- [2] Zhang JM, Tanaka M. Fast HdBNM for large-scale thermal analysis of CNT-reinforced composites. *Computational Mechanics*, 2008, 41:777–787.
- [3] C.R.Liu, S.S.Quek 著, 龙述尧, 何淑娟等译. 有限元法实用教程. 长沙: 湖南大学出版社, 2004.
- [4] C.A.Brebbia 等著, 龙述尧等译. 边界单元理论和工程应用. 长沙: 国防工业出版社, 1988.11.
- [5] 龙述尧编著. 边界单元法概论. 中国科学文化出版社, 2002.3.
- [6] 姚寿广. 边界元数值方法及其工程应用. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- [7] Liu Y J. Fast mutipole boundary element method theory and application in engineering. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [8] Zhang JM, Yao ZH, Li H. A hybrid boundary node method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, 53:751-763.
- [9] Zhang JM, Yao ZH, Tanaka M. The meshless regular hybrid boundary node method for 2-D linear elasticity. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2003, 27:259-268.
- [10] Qin XY, Zhang JM, Li GY,etal. A finite element implementation of the boundary face method for potential problems in three dimensions. *Engineering Analysis with Boundary Elements*,2010,34:934-943.

- [11] 覃先云,张见明,庄超.基于参数曲面三维势问题的边界面法.计算力学学报,2011,28(3):326-331.
- [12] 覃先云,张见明,李光耀.边界面法分析三维实体线弹性问题.固体力学学报,2011,32(5):500-506.
- [13] Gu JL, Zhang JM, Li GY. Isogeometric analysis in BIE for 3-D potential problem. Engineering Analysis with Boundary Elements,2012,36:858-865.
- [14] Gu JL, Zhang JM, Sheng XM, et al. B-spline approximation in boundary face Method for three dimensional linear elasticity. Engineering Analysis with Boundary Elements,2011,35:1159-1167.
- [15] Gu JL, Zhang JM, Sheng XM. The boundary face method with variable Approximation by b-spline basis function. International Journal of Computational Methods,2012,9:9-18.
- [16] Zhuang C, Zhang JM, Qin XY, et al. Integration of subdivision method into Boundary element analysis. International Journal of Computational Methods, 2012,9:19-29.
- [17] J Smajic, Z Andjelic, M Bebendorf. Fast BEM for Eddy-Current Problems Using H-Matrices and Adaptive Cross Approximation. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(4): 1269-1272.
- [18] J Ostrowskil, Z Andjelic, M Bebendorf, et al. Fast BEM-Solution of laplace Problems With H- H-Matrices and ACA. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(2): 627-630.
- [19] Xie GZ, Zhang JM, Qin XY, et al. New variable transformations for evaluating nearly singular integrals in 2D boundary element method. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2011, 35:811-817.
- [20] 朱伯芳.大体积混凝土温度应力与温度控制.北京:中国电力出版社,1998