

## 应用边界面法及快速多级子边界面法求解声学辐射和散射问题

王现辉 张见明

湖南大学 汽车车身先进设计与制造国家重点实验室 长沙 410082

Email: xh\_wang007@hnu.edu.cn

### 摘要

我们应用基于Burton-Miller方程<sup>[1]</sup>的边界面法(BFM)<sup>[2]</sup>求解声学辐射和散射问题。Burton-Miller方程是传统边界积分方程(CBIE)

$$c(P_0)\phi(P_0) = \int_S G(P_0, P)q(P) - \frac{\partial G(P_0, P)}{\partial n} \phi(P) dS(P) + \phi'(P_0) \quad (1)$$

和超奇异边界积分方程(HBIE)

$$c(P_0) \frac{\partial \phi(P_0)}{\partial n_0} = \int_S \frac{\partial G(P_0, P)}{\partial n_0} \frac{\partial \phi(P)}{\partial n} - \frac{\partial^2 G(P_0, P)}{\partial n \partial n_0} \phi(P) dS(P) + \frac{\partial \phi'(P_0)}{\partial n_0}, P_0 \in S \quad (2)$$

的线性组合，它能够消除仅使用传统边界积分方程分析声学外问题时在某些特征频率下解的不唯一问题。Burton-Miller 方程的计算采用文献[3]中的弱奇异积分形式。

在传统边界元法(BEM)中，用于分析的模型是在几何上做了简化，不可避免的引入了几何误差。而边界面法只需实体边界曲面的参数离散，边界积分和场变量插值都在边界曲面的参数空间里实现。积分点的几何数据，如坐标雅克比、法向量等都是直接由曲面算得，而不是通过单元插值近似，从而避免了几何误差。边界面法的实现直接基于边界表征数据结构(B-rep)，可以在商业CAD软件UG-NX中直接建模计算复杂的几何体。数值试验表明，相对于边界元法，边界面法具有精度高(Fig. 1)，网格密度和质量敏感度小等方面的优势。另外，可以有效、精确地计算复杂的几何模型。

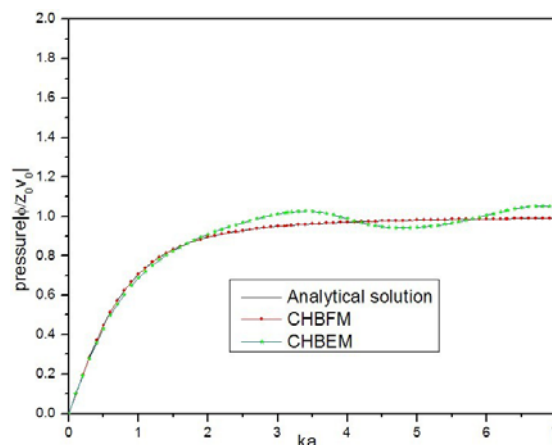


Fig.1 单位球辐射在球体表面(1,0,0)的无维度声压

为了克服大规模声学问题计算困难的问题，我们用快速多级子算法 (FMM)<sup>[4,5]</sup>和边界面法结合进行数值计算。在快速多级子算法中，不需要显式计算和存储，所有的计算通过八叉树结构来实现，大大降低了存储量和计算量，使得复杂模型的大规模数值计算得以实现。预处理GMRES方法和分块预处理矩阵被用来求解线性方程组。数值试验验证了快速多级边界面法的准确性 (Fig. 2)，表明快速多极边界面法的计算效率与边界面法相比有显著的提高 (Fig. 3)，存储规模明显降低 (Fig. 3)，能够有效求解大规模声学问题。

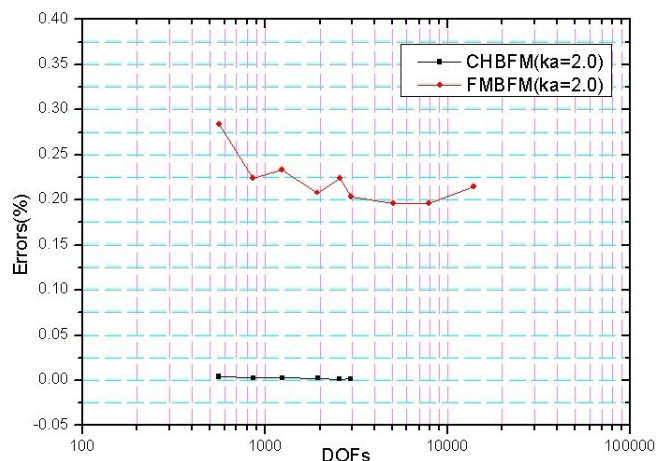


Fig.2 球辐射模型单元结点的计算误差

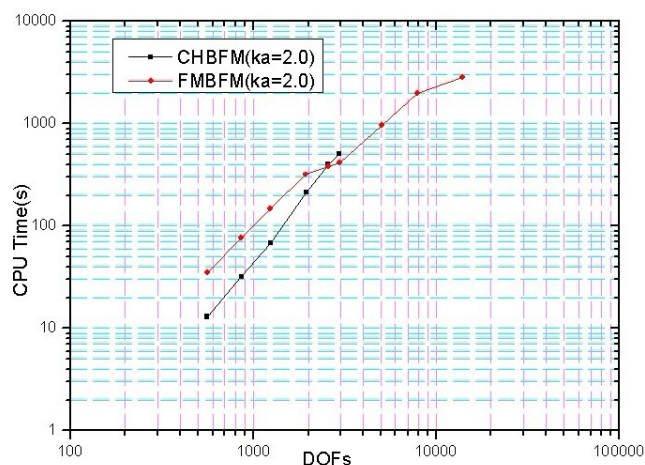


Fig.3 球辐射模型的求解时间

## 参考文献:

1. A.J. Burton, G.F. Miller. The application of integral equation methods to numerical solution of some exterior boundary value problem, Proc. R. Soc. London A, 1971;323: 201-210.
2. J.M. Zhang, X.Y. Qin, X. Han and G.Y. Li. A boundary face method for potential problems in three dimensions. Int. J. Numer. Meth. Eng., 2009; 80: 320-337.
3. Y.J. Liu and F.J. Rizzo, A weakly-singular form of the hypersingular boundary integral equation applied the 3D acoustic wave problem, Comput. Method Appl. Mech. Eng., 1992; 96: 271-287.
4. J.M. Zhang, M. Tanaka, M. Endo. The hybrid boundary node method accelerated by fast multipole expansion technique for 3D potential problems. Int. J. Num. Meth. Eng., 2005; 63: 660-680.
5. L. Shen, Y.J. Liu. An adaptive fast multipole boundary element method for three dimensional acoustic wave problems based on the Burton-Miller formulation. Comput. Mech., 2007; 40(3): 461-472.