

基于界面法的瞬态弹性动力学分析

李源*, 张见明

湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南长沙, 410082

Email: liyuan_19890@163.com

摘要

本文首次使用界面法^[1-3]求解瞬态弹性动力学问题, 采用与时间相关的基本解, 零初始条件、无体积力情况下瞬态弹性动力学问题的边界积分方程^[4]如下:

$$C_{ij}(p)u_j(p,t) = \iint_{s} \int_{t_0}^t u_{ij}^s(p,q;t-\tau)p_j(q,\tau)d\tau dS(q) - \iint_{s} \int_{t_0}^t p_{ij}^s(p,q;t-\tau)u_j(q,\tau)d\tau dS(q) \quad (1)$$

从 t_0 到 t 划分为 M 个时间步, 时间步长恒定为 Δt , 在每个时间步内位移和面力保持不变, 即时间插值采用常值近似, 时间离散的边界积分方程可以表示为:

$$C_{ij}(p)u_j^M(p) = \sum_{m=1}^M \iint_S \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} u_{ij}^s(p,q;M\Delta t - \tau)p_j^m(q)d\tau dS(q) - \sum_{m=1}^M \iint_S \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} p_{ij}^s(p,q;M\Delta t - \tau)u_j^m(q)d\tau dS(q) \quad (2)$$

对于方程(2)中的时间项分五种情况分别进行积分^[5]:

- (1) $(M-m)c_2\Delta t < r < (M-m+1)c_2\Delta t$ 且 $r < (M-m)c_1\Delta t$;
- (2) $(M-m+1)c_2\Delta t < r < (M-m)c_1\Delta t$;
- (3) $(M-m)c_1\Delta t < r < (M-m+1)c_1\Delta t$ 且 $r > (M-m+1)c_2\Delta t$;
- (4) $(M-m)c_1\Delta t < r < (M-m+1)c_2\Delta t$;
- (5) $\frac{r}{c_2} < (M-m)\Delta t$ 或 $\frac{r}{c_1} > (M-m+1)\Delta t$ 。

第五种情况下位移与面力基本解都等于零, 其中 c_1 为纵波波速, c_2 为横波波速。

空间的离散和变量插值可采用多种形式, 如常值单元、线性单元和二次单元。在界面法中, 所有边界表面上的变量插值与积分都是在面的参数空间中进行的, 所需要的几何信息都是直接从几何模

型上获得，避免了由于几何模型与分析模型不一致所带来的积分误差。每个时间步的线性代数方程组为：

$$H^{m-m}u^m = G^{m-m}p^m + \sum_{n=1}^{m-1}(G^{m-n}p^n - H^{m-n}u^n) \quad (m=1,2,\dots,M) \quad (3)$$

对于等步长的情况，只需在每一步计算新增 $t - \tau = (m - n)\Delta t$ 为最大值的矩阵 H^{m-1} 、 G^{m-1} 即可，每个时间步计算得到的矩阵和节点值都要存起来供以后的时间步重复使用。

将所有未知变量移到方程的左边，最终可把每个时间步的线性代数方程组写成如下形式：

$$Ax^M = f^M \quad (4)$$

其中 $f^M = By^M + \sum_{m=1}^{M-1}(G^{M-m}p^m - H^{M-m}u^m)$

关键词： 边界面法，瞬态弹性动力学，时间相关基本解。

参考文献

1. Zhang JM, Qin XY, Han X, Li GY. A boundary face method for potential problems in three dimensions. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 2008; 80: 320-337.
2. Qin XY, Zhang JM, Li GY, Sheng XM, Song Q. A finite element implementation of the boundary face method for potential problems in three dimensions. *Engng. Anal. Bound. Elemt.* 2010; 34: 934-943.
3. 覃先云, 张见明, 李光耀. 边界面法分析三维实体线弹性问题. *固体力学学报* 2011, 32(5): 500-506.
4. Brebbia CA. *The Boundary Element Method for Engineers*. London Pentech Press, 1978.
5. 姚振汉, 王海涛. *边界元法*. 高等教育出版社, 2010.